Mécanique statistique classique — 16 septembre 2009

Série 1

Problem 1

Montrer que l'oscillateur harmonique, dont le potentiel est $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, est ergodique. Pour faire ceci, montrer que la moyenne temporelle de l'énergie cinétique $\frac{1}{2}m\overline{\dot{x}^2}$ est égale à la moyenne calculée dans l'espace des phases avec une distribution qui est constante dans la région où l'énergie est comprise entre E et $E + \mathrm{d}E$, pour $\mathrm{d}E \to 0$, et nulle partout ailleurs (ensemble microcanonique).

Problem 2

Un récipient de volume V contient un gaz de N molécules indépendantes (gaz parfait). On suppose que la probabilité de trouver une molécule est la même en tout point du récipient.

a) Ecrire la probabilité pour qu'une molécule déterminée se trouve dans un petit domaine de volume v.

b) Calculer la probabilité $P(n)$ pour qu'il y ait exactement n molécules dans ce domaine, et en déduire le nombre moyen $\bar{n}$ de molécules contenues dans v.

c) Montrer que, si $v \ll V$, on peut écrire $P(n)$ sous la forme d'une distribution de Poisson

$$P(n) \approx \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}.$$

d) Calculer dans ce cas l'écart quadratique moyen Δn.

Problem 3 (optional)

a) In the phase space (x, p) sketch the trajectory of a free particle with mass m moving with velocity v.

b) Draw the trajectory of two particles with the masses 1 and 2 which have constant acceleration 1 along x-axis (free fall) and at $x = 0$ they have speed 0.

c) Considering a system of many particles with unit mass and unit acceleration in the direction of x-axis and starting with "volume" in the phase space given by the rectangle $(0, 0) - (1, 0) - (1, 1) - (0, 1)$, find the shape of the area at time 2. Is the volume of the area conserved?